

SCIENCE

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Πώς λύθηκε στα Χανιά γρίφος ενός αιώνα

Το «παιχνίδι» που ξεκίνησε σε μια χανιώτικη παραλία ένας από τους μεγαλύτερους σύγχρονους μαθηματικούς έδωσε τη λύση σε μια καθοριστική παράμετρο της εξίσωσης Boltzmann

Του Διονύση Δερβή-Μπουρνιά

Στην ελληνική δημόσια συζήτηση, η διάκριση «κέντρο - περιφέρεια» χρησιμοποιείται αξιολογικά: το κέντρο ως φορέας ανώτερης ποιότητας. Πρόχειρη και λανθασμένη διάκριση.

Το ερώτημα δεν είναι πού παράγεται «καλύτερη» δουλειά, αλλά ποιος θέτει πρώτος τα ερωτήματα. Κέντρο, υπό αυτή την έννοια, δεν είναι ο τόπος της ανώτερης ποιότητας (αυτό αφορά την τυποποίηση ενός shopping mall) αλλά ο τόπος που καθορίζει τον ρυθμό.

Η περιφέρεια, ακόμη και με ποιότητα, ταλέντο και υποδομές, συγχρονίζεται με ρυθμό που παράγεται αλλού. Το παιχνίδι δεν παίζεται στην ποιότητα. Παίζεται στον ρυθμό. Μέχρι πρόσφατα, η έννοια θα ήταν εύλογη: πώς φτιάχνεις ένα κέντρο που να ανταποκρίνεται σε αυτόν τον ορισμό μακριά από μεγάλα αστικά κέντρα;

Σήμερα, όταν στην παραλία των Χανίων ερευνητές δουλεύουν σε πραγματικό χρόνο με συναδέλφους στο Παρίσι και στο Σικάγο, η ερώτηση έχει ήδη απαντηθεί. Και στη συγκεκριμένη περίπτωση η απάντηση έχει τίτλο και ημερομηνία δημοσίευσης.

«Παιχνίδι» στην πλαζ και στην τραπεζαρία

17 Ιουλίου 2024, Χανιά. Ο μαθηματικός και κάτοχος του Βραβείου Fields **Cédric Villani** έχει μόλις τελειώσει το μάθημά του σε φοιτητές, επιλεγμένους από ελληνικά και διεθνή πανεπιστήμια. «Εχω ανάγκη να πάω στην πλαζ» μου λέει απλά. Όταν ένας φίλος θέλει να ρίξει μία βουτιά, του κανονίζεις βουτιά.

Το «παιχνίδι» ξεκίνησε εκείνη τη στιγμή σε μια χανιώτικη παραλία με ένα χαρτί και ένα μολύβι και συνεχίστηκε στην τραπεζαρία του Μεσογειακού Αγρονομικού Ινστιτούτου Χανίων (ΜΑΙΧ) με δύο εξαιρετικούς συμπαίκτες, τον **Cyril Imbert** (École Normale Supérieure, CNRS) και τον **Luis Silvestre** (Πανεπιστήμιο του Σικάγο). Παιχνίδι με την έννοια που του

δίνουν ο *Huizinga* και ο *Αξελός*: ελεύθερη, ανοιχτή μορφή δημιουργίας.

Οι τρεις μαθηματικοί δεν είχαν συνεργαστεί ποτέ πριν. Συναντήθηκαν στα Χανιά στο πλαίσιο του Φεστιβάλ Μαθηματικών και Μουσικής «Festum π». Δεν είμαι μαθηματικός, μεταφέρω εδώ όσο μπορώ πιο πιστά τον τρόπο με τον οποίο μου εξήγησαν οι ίδιοι οι ερευνητές το πρόβλημα.

Η θεμελιώδης εξίσωση Boltzmann

Το αντικείμενο της δουλειάς τους ήταν η εξίσωση Boltzmann. Πρόκειται για μία από τις θεμελιώδεις εξισώσεις της φυσικής, διατυπωμένη το 1872 από τον αυστριακό φυσικό *Ludwig Boltzmann*. Περιγράφει πώς εκατομμύρια σωματίδια συγκρούονται μεταξύ τους και πώς, μέσα από αυτές τις συγκρούσεις, ένα σύστημα κινείται προς την ισορροπία. Η εξίσωση αποτελεί θεωρητικό υπόβαθρο της έρευνας για την πυρηνική σύντηξη (ITER, tokamak), τον σχεδιασμό ημιαγωγών και μοντέλων της ανώτερης ατμόσφαιρας στην κλιματολογία και την αστροφυσική.

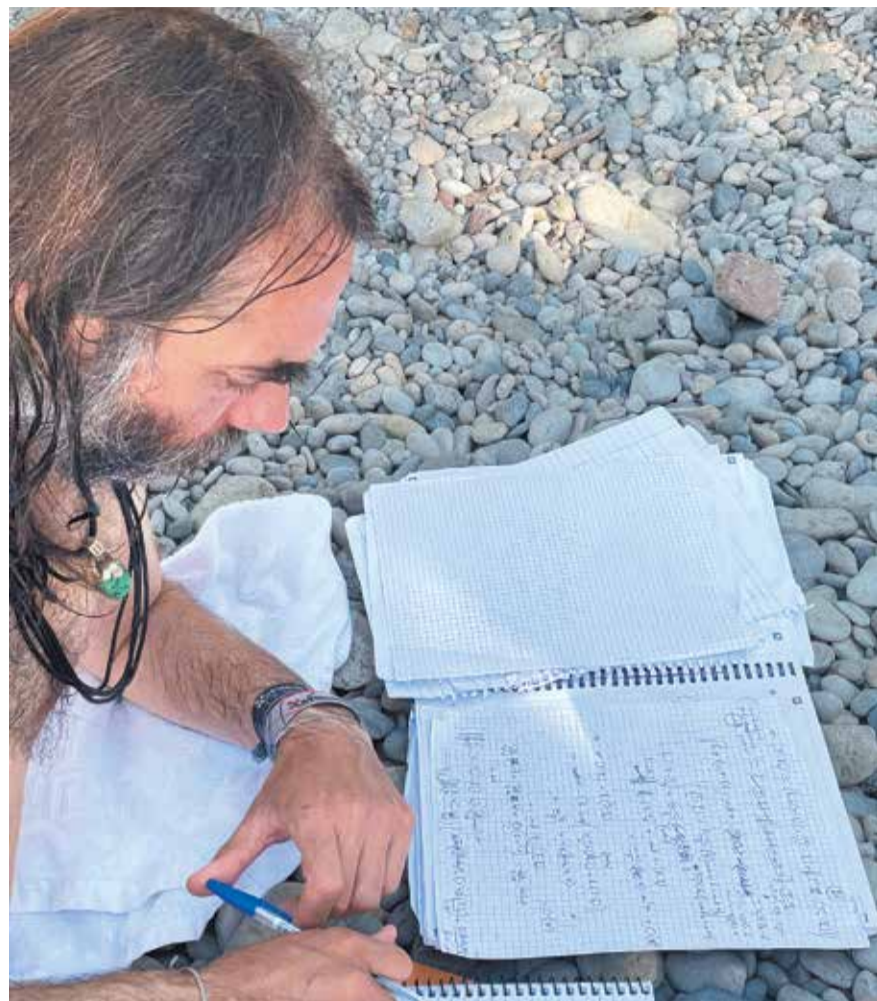
Το ανοικτό πρόβλημα αφορούσε μία συγκεκριμένη ποσότητα: την πληροφορία Fisher. Πρόκειται για ένα μέγεθος που μετρά πόσο οργανωμένο ή τυχαίο είναι ένα σύστημα. Το ερώτημα ήταν απλό στη διατύπωση και εξαιρετικά δύσκολο στην απόδειξη: καθώς το αέριο εξελίσσεται σύμφωνα με την εξίσωση Boltzmann, η πληροφορία Fisher μειώνεται πάντοτε;

Η «άπιαστη» μονοτονία

Εδώ εμφανίζεται η λέξη «μονότονη». Στα μαθηματικά, μια ποσότητα λέγεται μονότονη όταν εξελίσσεται πάντα προς μία κατεύθυνση: είτε μόνο αυξάνεται είτε μόνο μειώνεται, χωρίς πωγωνισμοτά. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το ερώτημα ήταν αν η πληροφορία Fisher πέφτει συνεχώς καθώς το σύστημα προχωρά προς την ισορροπία ή αν κάποιες στιγμές μπορεί να ξανανέβει. Αυτό ακριβώς έπρεπε να αποδειχθεί. Το ευρύτερο ερευνητικό πρόγραμμα ξεκίνησε από τον σουηδό μαθηματικό *Torsten Carleman* τη δεκαετία του 1930. Η μονοτονία της πληροφορίας Fisher αναδείχθηκε αργότερα, κυρίως μέσα από την εργασία του *Henry McKean* τη δεκαετία του 1960, και παρέμεινε ανοικτή ως γενική εικόνα για δεκαετίες. Γενιές ερευνητών την προσέγγισαν χωρίς να καταφέρουν πλήρη απόδειξη στις πιο δύσκολες περιπτώσεις.

Λύση μετά από σχεδόν έναν αιώνα

Ο Villani, ο Imbert και ο Silvestre έδωσαν τελικά τη μαθηματική λύση σε έναν γρίφο που παιδεύε μαθηματικούς και φυσικούς για σχεδόν έναν αιώνα. Όταν αποδεικνύεις ότι μία ποσότητα μειώνεται



↑ 17 Ιουλίου 2024, Χανιά. Ο Cédric Villani δουλεύει επάνω στον μαθηματικό γρίφο σε μια παραλία (φωτογραφία του ακαδημαϊκού Bertrand Maury, Paris-Saclay)



↑ Τραπεζαρία ΜΑΙΧ. Από αριστερά: Luis Silvestre, Cyril Imbert, Cédric Villani και Clement Mouhot, τον οποίο οι τρεις συγγραφείς ευχαριστούν «για τις γόνιμες συζητήσεις»

πάντοτε κατά μήκος της εξέλιξης ενός συστήματος, αποκτάς ένα πολύ ισχυρό εργαλείο: μπορείς να κατανοήσεις καλύτερα πώς το σύστημα φτάνει στην ισορροπία, με τι ταχύτητα και υπό ποιες συνθήκες. Στην περίπτωση της εξίσωσης Boltzmann, αυτό αφορά πραγματικά φυσικά συστήματα: το πλάσμα μέσα σε έναν αντιδραστήρα σύντηξης, τα ηλεκτρόνια μέσα σε έναν ημιαγωγό, τα μόρια στην ανώτερη ατμόσφαιρα. Η εργασία «On the monotonicity of the Fisher information for the Boltzmann equation» δημοσιεύτηκε στο «*Inventiones Mathematicae*», ένα από τα κορυφαία περιοδικά μαθηματικής έρευνας διεθνώς. Οι τρεις ερευνητές αναφέρουν ρητά ότι μεγάλο μέρος της έρευνας πραγματοποιήθηκε στα Χανιά. Η εργασία ανακοινώθηκε επίσης από το Εθνικό Κέντρο Επιστημονικών Ερευνών της Γαλλίας (CNRS), το οποίο σχολίασε ότι ο εντοπισμός ενός νέου μονότονου συναρτησιακού για μία εξίσωση ηλικίας 150 ετών είναι τόσο σπάνιος όσο και πολύτιμος.

Σπάνια ανακάλυψη με... χανιώτικη γεύση

Η σημασία αυτής της φράσης χρειάζεται μετάφραση. Στα μαθηματικά, μία εξίσωση

ενάμιση αιώνα έχει εξεταστεί από κάθε γενιά ερευνητών που πέρασε από αυτή.

Η ανακάλυψη μιας νέας μονότονης ποσότητας σε ένα τόσο μελετημένο αντικείμενο μοιάζει σχεδόν με ανακάλυψη νέου μετάλλου στον περιοδικό πίνακα. Δεν συμβαίνει συχνά.

Αυτό είναι και το ουσιαστικό σημείο της ιστορίας. Η παραγωγή του νέου δεν μεταφέρθηκε στα Χανιά από κάποιο ήδη αναγνωρισμένο επιστημονικό κέντρο. Παρήχθη εκεί. Στα Χανιά. Ανάμεσα στην παραλία και την τραπεζαρία του Μεσογειακού Αγρονομικού Ινστιτούτου Χανίων ενώ η Ολυμπία, μάγισσας του ΜΑΙΧ, ετοιμάζε το βραδινό στην κουζίνα.

Τα Χανιά δεν διεκδικούν τον ρόλο ενός κέντρου. Αποτελούν ήδη κέντρο. Το ερώτημα δεν είναι πλέον αν η περιφέρεια μπορεί να γεννήσει το νέο. Αυτό συμβαίνει ήδη. Το ερώτημα είναι αν στην Ελλάδα έχουμε την τόλμη να αναγνωρίσουμε τον νέο ρυθμό και να του δώσουμε χώρο να ριζώσει. Είναι η διαφορά ανάμεσα σε ένα πυροτέχνημα και έναν ζωντανό οργανισμό.

Ο κ. Διονύσης Δερβής-Μπουρνιάς είναι μάστρος, καλλιτεχνικός διευθυντής του «Festum π».

2010

Ήταν η χρονιά που ο Cédric Villani έλαβε το μετάλλιο Fields, το αποκαλούμενο «Νομπέλ των Μαθηματικών».

2022

Ήταν η πρώτη χρονιά που διεξήχθη το «Festum π» (αρχικώς στη Σάμο ενώ από το 2024 μεταφέρθηκε στην Κρήτη).